

Contrôle

Exercice 1

Un jeu de 52 cartes est composé de quatre couleurs (trèfle, carreau, cœur, pique) contenant chacune 13 valeurs : 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, Valet, Dame, Roi, As. On tire simultanément et au hasard deux cartes dans un jeu de 52 cartes.

1. Donner l'espace de probabilité associé à cette expérience aléatoire (expérience, univers, probabilité choisie).
2. Quelle est la probabilité de tirer deux pique ?
3. Quelle est la probabilité de tirer deux cartes qui ne soient pas de la même couleur ?
4. Quelle est la probabilité de tirer exactement un pique et un coeur ?
5. Quelle est la probabilité de tirer exactement un pique et un as ?

Exercice 2

Un centre de production fabrique des puces électroniques dont certaines peuvent être défectueuses. Au bout de la chaîne de fabrication des puces, celles-ci sont contrôlées par un testeur électronique. Ce testeur n'est pas parfait. En effet, sachant qu'une puce est mauvaise, la probabilité qu'elle soit effectivement déclarée mauvaise par le testeur est de 90% ; sachant qu'une puce est bonne, la probabilité qu'elle soit effectivement déclarée bonne par le testeur est de 95%. On suppose de plus que 1% des puces de la production sont mauvaises.

1. Traduire les données numériques de l'énoncé.
2. Sachant qu'une puce a été déclarée bonne par le testeur, quelle est la probabilité pour qu'elle soit en réalité mauvaise.

Exercice 3

Vous passez un QCM comportant 6 questions. A chaque question, trois réponses sont proposées dont une seule est la bonne. Un étudiant qui n'avait pas beaucoup révisé décide de répondre au hasard à chaque question.

1. Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de bonnes réponses de l'étudiant considéré. Donnez la loi de X . Justifier.
2. En moyenne combien de réponses correctes a-t-il ?
3. L'étudiant réussit le test s'il répond correctement à au moins 5 questions. Quelle est la probabilité qu'il réussisse le test ?
4. Quelle est la probabilité que l'étudiant réponde juste aux 5 premières questions et faux à la dernière question ?

Exercice 4

- Partie 1 :** On admet que le poids d'un individu suit une loi normale d'espérance 75kg et d'écart-type 4kg.
 - Quelle est la probabilité que le poids d'un individu choisi au hasard soit compris entre 70 et 80kg ?
 - Déterminer le poids a tel que 67% des individus ait un poids inférieur à a .
 - Déterminer le poids a tel que 25% des individus ait un poids inférieur à a .
 - Déterminer h tel que le poids d'un individu choisi au hasard soit compris dans l'intervalle $[75 - h, 75 + h]$ avec une probabilité de 95%.
- Partie 2 :** Une compagnie aérienne utilise un avion pouvant transporter au maximum 663 personnes. L'avion est complet (il y a 663 personnes à bord) et il ne peut décoller dans des bonnes conditions de sécurité que si le poids total des personnes à bords avec leurs bagages n'excède pas 60000kg.

On suppose que le poids d'un passager suit une loi normale d'espérance 75kg et d'écart-type 4kg, et que le poids des bagages d'un passager suit une loi normale d'espérance 15kg et d'écart-type 2kg. On supposera de plus que les poids des passagers sont indépendants, que les poids des bagages des différents passagers sont indépendants entre eux, et indépendants du poids des passagers.

 - Calculer en justifiant vos calculs la probabilité que l'avion décolle dans de bonnes conditions.
 - Peut-on se passer des l'hypothèses selon lesquelles le poids d'un passager et le poids d'un bagage suivent un loi gaussienne? Justifier un minimum.

Exercice 5

Un jeu consiste à tirer, indépendamment et avec remise, des tickets d'une boîte. Il y a en tout 4 tickets, numérotés respectivement -2 , -1 , 0 , 3 . Votre gain X lors d'une partie correspond à la somme indiquée sur le ticket. Par exemple, si vous tirez le ticket numéroté -2 , alors $X = 2$ et vous devez donner 2 euros, tandis que si vous tirez le ticket 3 , alors $X = 3$ et vous gagnez 3 euros.

- Donner la loi de X . Calculer son espérance et sa variance.
- Vous jouez 100 fois de suite à ce jeu et on note S votre gain après 100 parties. En notant X_i le gain à la i -ème partie, exprimer S en fonction des X_i .
- Quelle est la probabilité que votre gain sur 100 parties dépasse 25 euros ?