

# À la conquête des points de Lagrange

L'exploration spatiale a commencé à utiliser des zones particulières de l'espace interplanétaire, les points de Lagrange. Elles se caractérisent par une annulation des forces gravitationnelles. De futurs engins d'exploration pourront s'y placer et voyager à travers le système solaire sans utiliser d'énergie. La « théorie du contrôle » permettra de placer précisément des sondes spatiales dans ces zones.

*Les autoroutes de l'espace : le ruban vert représente un chemin possible parmi une infinité de positions dans le tube correspondant aux différents points de Lagrange.*

La théorie du contrôle est une théorie mathématique permettant de déterminer des lois de guidage et d'action sur un système donné. Un système de contrôle est un système dynamique sur lequel on peut agir au moyen d'une commande ou contrôle. On rencontre dans la pratique de très nombreux problèmes de contrôle, dans toutes les disciplines : par exemple garer sa voiture, piloter un avion ou un satellite vers une orbite géostationnaire, optimiser les flux d'information dans un réseau, coder et décoder une image numérique ou un SMS, réguler un thermostat, raffiner un pétrole, contrôler une épidémie, réaliser une opération chirurgicale au laser, ou encore optimiser des gains sur des flux boursiers... Les systèmes abordés sont multiples et leurs origines très diverses. La modélisation par le langage mathématique, qui permet de définir précisément le concept de système, explique cette diversité d'applications.

## Contrôle optimal et stabilisation

Le problème de contrôlabilité est d'amener un système d'un état initial donné à un certain état final, en respectant certaines contraintes. L'objectif peut être de réaliser cette tâche en minimisant un certain critère (contrôle optimal), ou encore de stabiliser le système pour le rendre insensible à certaines perturbations (stabilisation). Par exemple, on peut réaliser un créneau en voiture en un temps minimal, ou bien en minimisant la consommation d'essence ; dans les deux cas, la loi de guidage optimal ne sera pas tout à fait identique. De même,



© NASA

on peut amener un engin spatial dans une position définie de l'espace interplanétaire pour des missions d'observation et/ou d'exploration.

## Les 5 points de Lagrange dans le système Soleil-Terre-Lune

Dans l'espace interplanétaire, les effets des forces d'attraction planétaires et des forces centrifuges s'annihilent en des points particuliers, les points de Lagrange. De manière plus précise, étant donné deux corps célestes (appelés primaires : par exemple, la Terre et le Soleil) et un engin spatial (de masse négligeable par rapport aux primaires), il existe 5 points de Lagrange, nommés L1 à L5, qui sont des points d'équilibre dans la dynamique restreinte à ces 3 corps. Cette propriété offre la possi-

bilité d'avoir une configuration fixe relativement à deux corps célestes, et permet donc d'envisager des sites d'observation spatiale ayant un grand intérêt. En effet, en théorie, si on amène un engin spatial en un point de Lagrange, il y reste. Dans la réalité, les points L1, L2 et L3 sont naturellement instables, de la même manière que la position verticale d'un pendule inversé est naturellement instable. En revanche, les points L4 et L5 sont stables. Paradoxalement, cette stabilité est plutôt gênante, en effet autour de ces points gravitent quantité de poussières ou de petits corps célestes qui se sont retrouvés « piégés » dans ce puits de potentiel et qui malheureusement rendent totalement impossible la présence d'un engin spatial dans cette

zone. Un engin ne résisterait pas longtemps aux nombreux chocs qui auraient lieu dans cette zone. Dans le système où les primaires sont le Soleil et Jupiter, de nombreux astéroïdes gravitent autour des points L4 et L5 correspondants (du fait de leur stabilité) : ce sont les *astéroïdes Troyens*.

Dans le système Soleil-Terre, le point L3 n'est pas utilisé actuellement ; il est à l'opposé de la Terre par rapport au soleil, et donc totalement invisible. On le retrouve toutefois dans la littérature de science-fiction qui prête à ce point la présence de la « planète X », dont les habitants s'apprêteraient à nous envahir...

Les points de Lagrange L1 et L2 sont très utilisés par les agences spatiales. Autour du point L1 gravite depuis 1995 le satellite SOHO dont la mission est d'observer la surface du soleil, ses taches, les éruptions solaires, etc. Au point L2 se retrouvera bientôt le successeur du télescope Hubble, appelé JWST (James Webb Space Telescope), dont la position sera idéale puisqu'il ne sera pas gêné par la lumière du soleil. Actuellement gravite autour de L2 le satellite WMAP chargé d'étudier le fonds diffus cosmologique. Ces points L1 et L2 étant instables, toutefois, les engins spatiaux placés dans leur voisinage doivent donc être stabilisés ; ils sont munis de panneaux solaires, qui leur confèrent l'énergie suffisante pour activer de petites rétrofusées capables de les stabiliser autour de ces points.

### Minimiser la consommation de carburant

L'autre grand avantage qu'apportent les missions autour des points de Lagrange est la diminution des contraintes énergétiques. En effet, en étudiant mathématiquement la dynamique au voisinage de ces points, on est capable de cartographier les trajectoires « naturelles » des engins spatiaux (c'est-à-dire, sans poussée, sans moteur). Ces trajectoires, ne nécessitant aucun carburant, sont évidemment très intéressantes pour l'exploration spatiale, ou même pour élaborer des lois de guidage à moindre coût.



© ESA

En effet on peut fort bien utiliser partiellement de telles trajectoires et ainsi économiser du carburant. Les concepteurs de la mission Genesis ont ainsi utilisé ces propriétés pour propulser la sonde vers sa destination, et cela en utilisant un minimum de carburant. La sonde de cette mission, lancée en 2001, avait pour objectif de collecter des particules de vent solaire. Elle a été placée au voisinage du point L1 du système Terre-Soleil, et amenée à suivre certaines trajectoires périodiques autour de ce point.

### Les autoroutes de l'espace

Rêvons un peu, et anticipons un peu sur l'avenir. Autour de ces points de Lagrange existent aussi, outre certaines trajectoires périodiques déjà mentionnées et utilisées par les agences spatiales, des sortes de tubes dans lesquels peuvent graviter naturellement des engins spatiaux sans l'aide d'un moteur. Des études mathématiques ont pu mettre en évidence leur existence, et des calculs par ordinateur permettent de cartographier ce qu'on pourrait appeler des « autoroutes de l'espace ». Une fois un engin spatial placé dans l'un des tubes, il est capable d'y voyager sans

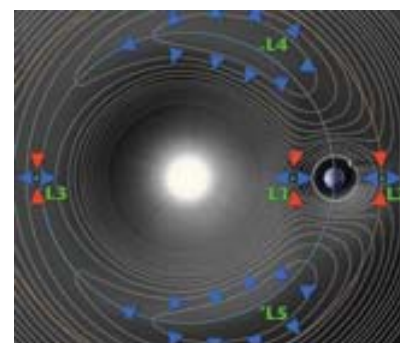
moteur et donc sans carburant. Cette particularité de la dynamique céleste permet donc d'envisager des missions interplanétaires à bas coût. Le prix à payer toutefois est le temps de parcours, beaucoup plus long que si l'engin était mû par des moteurs. Des missions habitées lointaines ne pourront donc pas se contenter d'utiliser ce réseau d'autoroutes de l'espace, mais nous pouvons envoyer des robots, qui seront alors capables d'aller explorer les confins du système solaire, et peut-être au-delà. ■

*Image d'artiste du satellite SOHO qui observe la surface du Soleil depuis le point L1.*

Contact : Emmanuel TRELAT

Emmanuel.trelat@univ-orleans.fr

Laboratoire de Mathématiques et Applications, Physique Mathématique (MAPMO – UMR 6628 CNRS/Université d'Orléans)



*Les 5 points de Lagrange dans le système Soleil-Terre-Lune*