

# Séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions

UMR 7598 CNRS

Université Pierre et Marie Curie Paris VI

et Université Paris Diderot Paris 7

## Programme et résumés du mois d'octobre 2016

07 octobre 2016

14h00 **Anne de Bouard** (Ecole Polytechnique, Palaiseau)  
Solutions globales et convergence à l'équilibre  
pour un modèle de condensat à température finie

### Résumé

Depuis les premières réalisations expérimentales de condensats il y a maintenant plus de vingt ans, l'étude des systèmes d'atomes froids a connu une véritable explosion dans la communauté des physiciens théoriciens. L'évolution d'un condensat est classiquement décrite par une fonction d'onde macroscopique qui vérifie, à température nulle, l'équation de Gross-Pitaevskii, qui n'est autre qu'une équation de Schrödinger non linéaire à laquelle on ajoute généralement un potentiel (par exemple harmonique) décrivant le confinement des atomes.

Le développement de modèles décrivant la dynamique hors équilibre des condensats à température finie est plus récent ; ainsi un modèle apparu en 2008 décrit les états (très peuplés) de basse énergie des atomes à l'aide d'un champ classique couplé à un bain d'atomes hautement excités proches de l'équilibre thermique. Ce modèle, connu des physiciens sous le nom de "Stochastic projected Gross-Pitaevskii equation" a notamment permis d'illustrer des phénomènes tels que la génération spontanée de vortex, ainsi que des phénomènes de transition de phase.

On décrira dans cet exposé quelques résultats mathématiques concernant la version en dimension infinie de ce modèle, qui est donc une EDP stochastique. On expliquera en particulier comment donner un sens raisonnable à la mesure de Gibbs, et comment à l'aide de celle-ci on obtient des solutions globales. On montrera également la convergence à l'équilibre pour le semi-groupe de transition.

14 octobre 2016

14h00 **Jérôme Droniou** (Université Monash, Melbourne)  
La méthode de discrétisation gradient

### Résumé

Dans cet exposé, je souhaite parler de divers schémas numériques (S), comme les éléments finis conformes et non-conformes, les éléments finis mixtes, les volumes finis 2 points, les volumes finis multi-points, les volumes finis à dualité discrète, les différences finies mimétiques (nodales et hybrides), etc.

Je voudrais aussi parler d'un certain nombre de modèles (M) d'équations aux dérivées partielles, comme le modèle elliptique linéaire, les modèles de Leray-Lions (par exemple du type  $p$ -laplacien) d'évolution et stationnaires, le modèle de Richards, le modèle de Stefan, les équations de Stokes et de Navier-Stokes, etc.

Une manière de parvenir à couvrir tous ces schémas et modèles en un peu moins d'une heure est de parler extrêmement vite. Plutôt que de faire cela, je présenterai un cadre générique, la méthode de discrétisation gradient (GDM, pour utiliser l'acronyme anglais le plus usuel), qui unifie l'analyse de tous ces schémas pour tous ces modèles.

La GDM consiste à sélectionner quelques éléments discrets (un espace, un opérateur de reconstruction de fonction, un opérateur de reconstruction de gradient), qui forment ensemble ce que l'on appelle une discrétisation gradient (GD), et à utiliser ceux-ci, en lieu et place des espaces et opérateurs continus, dans la formulation faible du modèle considéré. Cette substitution fournit un schéma, appelé schéma gradient (GS), pour le modèle.

Sous quelques propriétés (P) (3 pour les modèles linéaires, 4 ou 5 pour la plupart des modèles non linéaires) sur la GD, on peut prouver que le GS correspondant converge pour tous les modèles dans (M). Ces propriétés sont indépendantes du modèle spécifique considéré. De plus, tous les schémas dans (S) sont des GS, pour des GD bien choisies dont on peut prouver aisément, à l'aide d'outils généraux d'analyse fonctionnelle discrète, qu'elles satisfont les propriétés (P). En conséquence, l'analyse basée sur la GDM montre que tous les schémas (S) convergent pour tous les modèles (M).

Je conclurai l'exposé par une présentation rapide de deux résultats originaux établis à l'aide de la GDM : un résultat de convergence uniforme en temps de schémas numériques pour des équations paraboliques dégénérées (sans hypothèse de régularité sur la solution), et le premier résultat de super-convergence du schéma volume finis 2 points, populaire dans les milieux pétroliers.

21 octobre 2016

14h00 **Mitchell Luskin** (Université du Minnesota)  
Mathematical modeling and numerical analysis  
for incommensurate 2D materials

### Abstract

The unique electronic, optical, and mechanical properties of 2D materials have sparked an extraordinary level of theoretical and experimental activity. Stacking a few layers of 2D materials such as graphene and molybdenum disulfide, for example, opens the possibility to tune the electronic and optical properties of these materials. One of the main issues

encountered in the mathematical and computational modeling of layered 2D materials is that lattice mismatch and rotations between the layers destroy the periodic character of the system.

Even basic concepts like the Cauchy-Born strain energy density, the electronic density of states, and the Kubo-Greenwood formulas for transport properties have not been given a rigorous analysis in the incommensurate setting. New approximate approaches will be discussed and the validity and efficiency of these approximations will be examined from mathematical and numerical analysis perspectives.

Joint work with E. Cancès, P. Cazeaux, D. Massatt, and C. Ortner.

28 octobre 2016

**Relâche** (Vacances de la Toussaint)

Le séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions a lieu  
le vendredi à 14h00  
Université Pierre et Marie Curie (Paris VI)  
Campus Jussieu, 4 place Jussieu, Paris 5ème  
barre 15–16, 3ème étage, salle 09 (15-16-3-09)

Le programme du séminaire, les résumés des exposés et les versions pdf de ceux-ci sont disponibles sur la page web

[http://www.ljll.math.upmc.fr/fr/seminaires/seminaire\\_du\\_laboratoire.html](http://www.ljll.math.upmc.fr/fr/seminaires/seminaire_du_laboratoire.html)

Pour recevoir (ou ne plus recevoir) chaque mois le programme par courrier électronique, envoyer un message à

[Seminaire-du-LJLL@ann.jussieu.fr](mailto:Seminaire-du-LJLL@ann.jussieu.fr)

Renseignements et informations :

Yves Achdou : [achdou@ljll.univ-paris-diderot.fr](mailto:achdou@ljll.univ-paris-diderot.fr)

Fabrice Béthuel : [bethuel@ann.jussieu.fr](mailto:bethuel@ann.jussieu.fr)

Albert Cohen : [cohen@ann.jussieu.fr](mailto:cohen@ann.jussieu.fr)

Josselin Garnier : [garnier@math.jussieu.fr](mailto:garnier@math.jussieu.fr)

Yvon Maday : [maday@ann.jussieu.fr](mailto:maday@ann.jussieu.fr)

François Murat : [murat@ann.jussieu.fr](mailto:murat@ann.jussieu.fr)

Benoît Perthame : [perthame@ann.jussieu.fr](mailto:perthame@ann.jussieu.fr)

Laure Saint-Raymond : [saintray@ann.jussieu.fr](mailto:saintray@ann.jussieu.fr)