

TRAVAIL POUR LE 22 NOVEMBRE 2019

F. HECHT

RÉSOLUTION D'UNE EDP PAR LA MÉTHODE DES DIFFÉRENCES FINIS AVEC LA MÉTHODE DU GRADIENT CONJUGUÉ

Le but est de résoudre numériquement l'équation suivante:

Trouver u une fonction régulière de $\Omega =]0, 1[$ dans \mathbb{R} tel que

$$(1) \quad -\Delta u = f, \quad \text{dans } \Omega$$

et telle que u soit nulle sur le bord du carré Ω et où l'opérateur Δ est défini par $\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$.

Pour cela nous utiliserons une méthode aux différences finis. Nous allons calculé une approximation de la fonction u aux points x_n , noté u_n , où les points x_n sont $(h_1 n)$ avec $h_1 = 1/N$ pour $n = 0, \dots, N$,

Le schéma aux différences finis pour approcher Δ par Δ_d au point interne x_n (c'est-à-dire n différent de 0 ou N), c'est à dire: $\forall(n) \in \{1, \dots, N - 1\}$ on a:

$$(2) \quad -\Delta_d u_n = -\frac{u_{n-1} + u_{n+1} - 2u_n}{h_1^2} = f(x_n).$$

Afin utiles les méthodes décrites en cours

- (1) Ecrire une classe `MatLapDF1` qui modélise la matrice des équation (1) en vous inspirant de la classe `MatFullRowMaj`.
- (2) Ecrire un programme principal qui calcul et valide votre programme avec une solution manufacturée.