

Proposition de stage M2 : Modèles stochastiques spatiaux pour l'épidémiologie de maladies animales

Laboratoire d'accueil

UR1404 INRAE MaIAGE (Mathématiques en Informatique Appliquées du Génome à l'Environnement) Domaine de Vilvert, 78350 Jouy-en-Josas

Responsables du stage

- Patrick HOSCHEIT, patrick.hoscheit@inrae.fr
- Elisabeta VERGU, elisabeta.vergu@inrae.fr

Contexte et motivation

L'étude des graphes aléatoires inhomogènes remonte aux années 1990, avec la première mise en évidence de lois de puissance pour les distributions de degrés des graphes d'attachement préférentiel et les propriétés *small-world* des réseaux de Watts-Strogatz. Divers modèles spatialement explicites ont été définis dans les années 2010 pour étudier les propriétés de réseaux plongés dans un espace géométrique (*Hyperbolic Random Graph* sur le disque hyperbolique, *Geometric Inhomogeneous Random Graph* sur le tore ou *Scale-Free Percolation Network* (SFP) sur le réseau \mathbb{Z}^d). Dans le modèle SFP, chaque nœud x possède un poids W_x (tiré indépendamment suivant une loi de Pareto d'indice τ) et, conditionnellement sachant les poids, la probabilité qu'une arête relie les nœuds x et y est alors :

$$p_{x,y} = 1 - \exp\left(-\frac{W_x W_y}{\|x - y\|^\alpha}\right).$$

En particulier, les réseaux SFP sont des exemples de graphes dont les degrés suivent une loi de puissance, ayant la propriété *small-world* et présentant un coefficient de clustering strictement positif (sous certaines hypothèses sur les paramètres τ et α).

Ces trois propriétés ont été mises en évidence lors d'études statistiques des réseaux d'échanges commerciaux de bovins (Natale et al. 2009) dont les nœuds sont des fermes, marchés ou centres de rassemblement, et dont les arêtes correspondent aux mouvements d'animaux entre ces fermes. En particulier, la propriété *small-world* se traduit par l'existence d'arêtes reliant des nœuds éloignés géographiquement mais à fort volume commercial (typiquement, des opérateurs commerciaux d'importance régionale ou nationale). Ces propriétés

ont un impact important sur la propagation de maladies infectieuses par le moyen d'animaux infectés transitant par les nœuds du réseau, puisque les pathogènes présents dans les nœuds de fort degré ou à l'origine de longues arêtes peuvent alors se diffuser rapidement et à grande échelle dans le réseau. Les graphes SFP constituent donc un modèle a priori bien adapté à la modélisation des réseaux de commerce d'animaux d'élevage, du moins dans leur version non orientée et agrégée temporellement (i.e. on considère le réseau formé par l'ensemble des mouvements d'animaux cumulée sur une période – trimestre, année...). Récemment, Dalmau et Salvi ont étendu le cadre du modèle SFP au cas de nœuds distribués aléatoirement dans le plan suivant un processus ponctuel de Poisson et ont pu montrer que pour presque toute réalisation de ce processus, les propriétés énoncées ci-dessus étaient encore vérifiées presque sûrement (Dalmau et Salvi 2021). Néanmoins, de nombreuses questions restent encore ouvertes, notamment le comportement de processus aléatoires définis sur ces graphes, des plus simples (marches aléatoires) aux plus complexes (processus de contagion du type S(E)IR(S)).

Descriptif du projet de stage

Le ou la stagiaire devra d'abord se familiariser avec les modèles SFP (Deijfen et al. 2013, Dalmau et Salvi 2021) et les méthodes utilisées pour étudier les processus aléatoires définis sur ces graphes (Heydenreich et al. 2017). Il ou elle étudiera alors, au moins empiriquement en utilisant des simulations, le comportement de processus de contagion sur les réseaux SFP et l'influence des paramètres de ce modèle sur les motifs de transmission observés. Ce travail s'appuiera sur des résultats obtenus antérieurement pour la simulation du modèle SFP à l'aide d'algorithmes spécifiques (Bringmann et al. 2018, Bläsius et al. 2019).

Compétences attendues/souhaitées du candidat

- M2 Mathématiques / Mathématiques Appliquées / Ingénieur : bonnes connaissances en probabilités, algèbre linéaire, modélisation mathématique.
- Bonne connaissance de la programmation (de préférence C ou C++) et de la programmation scientifique (Python, Julia ou R).
- Autonomie, curiosité et intérêt pour les approches interdisciplinaires.

Durée et indemnité

De 4 à 6 mois, à débiter entre février et avril 2022. Une gratification de 554€ par mois est prévue. Une poursuite du stage en thèse est possible.