

Proposition de stage niveau 3^e année d'école d'ingénieur ou M2

Estimation d'erreur *a posteriori* pour l'équation des ondes scalaire en domaine temporel

Mots clés : Estimation d'erreur *a posteriori*, équation des ondes transitoires, discrétisation éléments finis, modélisation du contrôle non-destructif par ultrasons.

Le Département d'Imagerie et de Simulation pour le Contrôle non-destructif (DISC) du CEA - LIST est un organisme de recherche et de développement dont l'activité principale réside dans la mise en place et l'évaluation de méthodes de contrôle innovantes et performantes, en lien avec des besoins de l'industrie de pointe (énergie nucléaire, aéronautique, pétrochimie, ferroviaire, etc...). Afin d'adresser efficacement ces besoins, les méthodes de contrôle non-destructif, visant à inspecter le matériau (sans l'endommager) à la recherche d'éventuels défauts reposent potentiellement sur plusieurs types de physique. On pourra citer notamment la propagation des ondes élastiques et/ou acoustiques pour les contrôles ultrasonores, très largement répandus dans l'industrie car ils permettent, en particulier, le contrôle dans le volume du composant. Pour permettre d'évaluer la performance de ce type de méthode, le DISC, et particulièrement le Laboratoire de Simulation et de Modélisation en Acoustique (LSMA), continue d'investir dans la constitution d'outils de simulation [1], dont fait partie la méthode des éléments finis pour la résolution de la propagation des ondes ultrasonores en domaine temporel [2]. Cette approche propose une approximation dite « consistante » de la solution exacte de l'équation de propagation. Ainsi, sous réserve que les paramètres de discrétisation (pas de maillage et pas de temps) soient judicieusement choisis, il est possible d'obtenir une bonne approximation de la solution exacte, et ce même dans des cas complexes (par exemple de propagation anisotrope ou inhomogène). Toutefois, dans certaines configurations, notamment pour des géométries complexes contenant potentiellement des matériaux différents, il est difficile d'assurer *a priori* un bon choix des paramètres de discrétisation.

[SERENA](#) est une équipe-projet commune d'[Inria Paris](#) et de l'[Ecole des Ponts ParisTech](#). Elle se spécialise dans des méthodes numériques. Ses sujets principaux sont la conception et l'analyse de modèles basés sur des équations aux dérivées partielles, l'étude de leur approximation numérique précise et efficace et leur implémentation sur ordinateur sûre et correcte. Nous nous intéressons particulièrement à la fiabilité de l'intégralité de la procédure de simulation numérique. Cette fiabilité est assurée à l'aide de la théorie des estimations d'erreur *a posteriori* (c'est-à-dire après que le calcul ait été effectué). Celle-ci permet de déterminer la qualité d'approximation numérique (donner une borne calculable sur l'erreur commise dans la simulation).

L'**objectif du stage** présenté est de proposer et de mettre en œuvre des **estimations d'erreur *a posteriori*** pour l'**équation des ondes scalaire en domaine temporel** décrite ci-dessus. On cherchera à proposer à l'utilisateur un « rapport de simulation » permettant d'évaluer la **qualité du calcul effectué**. Ce rapport devra prendre à la fois une forme d'évaluation globale de l'erreur entre la solution exacte (inconnue) et la solution numérique (calculée) et une forme plus locale (en espace et/ou en temps) de l'erreur, à l'instar de [3]. On s'intéressera notamment à l'application de ces méthodes d'estimation *a posteriori* pour le cas de l'équation en dimension deux d'espace, dont la vitesse de propagation peut varier localement, à l'intérieur d'inclusions distribuées de façon non-organisée dans le domaine. Ces cas d'applications peuvent, par exemple, représenter la propagation d'ondes transverses horizontales dans des matériaux de type bétons.

Le stage comportera une **partie théorique** (compréhension du modèle de propagation, étude bibliographique des méthodes d'estimation *a posteriori* existantes, en commençant par [4], et développement des estimations ciblées) et une **partie d'implémentation** des estimateurs *a posteriori* sur la base du code déjà existant au CEA. Le candidat doit avoir un goût prononcé pour la **simulation** et **analyse numérique** ainsi que pour l'implémentation des algorithmes associés. Des compétences en **programmation C++** sont nécessaires. L'étudiant interagira avec l'équipe de modélisation du LSMA au CEA-Saclay, ainsi qu'avec l'équipe-projet SERENA d'Inria Paris. En sus d'une gratification mensuelle, le stagiaire pourra bénéficier des facilités de transport et de restauration du CEA et à Inria.

En fonction des différents éléments théoriques et algorithmiques développés pendant le stage, celui-ci pourra être suivi d'une thèse sur une extension de ce sujet.

[1] <https://www.extende.com/>

[2] Imperiale, A. and Demaldent, E., 2019. *A macro-element strategy based upon spectral finite elements and mortar elements for transient wave propagation modeling. Application to ultrasonic testing of laminate composite materials*. Internat. J. Numer. Methods Engrg. 119(10), pp. 964–990.

[3] Ern, A., Smears, I., and Vohralik, M., 2017. *Guaranteed, locally space-time efficient, and polynomial-degree robust a posteriori error estimates for high-order discretizations of parabolic problems*. SIAM J. Numer. Anal. 55(6), pp. 2811–2834.

[4] Bernardi, C. and Süli, E., 2005. *Time and space adaptivity for the second-order wave equation*. Math. Models Methods Appl. Sci. 15(2), pp. 199–225.

Contacts :

Alexandre IMPERIALE, Ingénieur – chercheur CEA
DRT/LIST/DISC/Laboratoire de Simulation et Modélisation Acoustique
CEA Saclay Digitéo Labs | Bât. 565-PC120
Tel : 01 69 08 07 49 – email : alexandre.imperiale@cea.fr

Martin VOHRALIK, Directeur de recherche Inria
Equipe-projet SERENA,
Inria, 2 rue Simone Iff, Paris
Tel : 01 80 49 42 37 – email : martin.vohralik@inria.fr

