

# Séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions

(UMR 7598 CNRS, Sorbonne Université et Université de Paris)

à distance retransmis par Zoom

## Résumés des exposés du mois de décembre 2020

04 décembre 2020

14h00 **Ewelina Zatorska** (Collège Impérial, Londres)

**On the existence of solutions to the two-fluids systems**

### Résumé

In this talk I will present recent developments concerning the existence of solutions to the two-fluid systems. The compensated compactness technique of P.-L. Lions and E. Feireisl for single-component fluids has certain limitations, distinctly in the context of multi-component flow models. A particular example of such models is the two-fluids Stokes system with single velocity field and two densities, and with an algebraic pressure law closure. The first result that I will present is the existence of weak solutions for such systems, using a compactness criterion recently introduced by D. Bresch and P.-E. Jabin. I will also outline an innovative construction of solutions relying on the G. Crippa and C. De Lellis' stability estimates for the transport equation. In the last part of my talk I will relate to a couple of more recent results: the existence of solutions to the one-dimensional system, and the non-uniqueness of solutions to the inviscid system. Finally I will comment on the issues around weak-strong uniqueness.

11 décembre 2020

14h00 **Endre Süli** (Université d'Oxford)

**Finite element approximation of implicitly constituted fluid flow models**

*Cette séance du séminaire s'inscrira dans le cadre des 12èmes Journées FreFEM++, qui auront lieu à distance les 10 et 11 décembre 2020.*

### Résumé

Classical models describing the motion of Newtonian fluids, such as water, rely on the assumption that the Cauchy stress is a linear function of the symmetric part of the velocity gradient of the fluid. This assumption leads to the Navier-Stokes equations. It is known however that the framework of classical continuum mechanics, built upon an explicit constitutive equation for the Cauchy stress, is too narrow to describe inelastic behavior of solid-like materials or viscoelastic properties of materials. Our starting point in this work is therefore a generalization of the classical framework of continuum mechanics,

called the implicit constitutive theory, which was proposed recently in a series of papers by K.R. Rajagopal. The underlying principle of the implicit constitutive theory in the context of viscous flows is the following: instead of demanding that the Cauchy stress is an explicit (and, in particular, linear) function of the symmetric part of the velocity gradient, one may allow a nonlinear, implicit and not necessarily continuous relationship between these quantities. The resulting general theory therefore admits non-Newtonian fluid flow models with implicit and possibly discontinuous power-law-like rheology.

We develop the analysis of finite element approximations of implicit power-law-like models for viscous incompressible fluids. The Cauchy stress and the symmetric part of the velocity gradient in the class of models under consideration are related by a, possibly multi-valued, maximal monotone graph. Using a variety of weak compactness techniques, including Chacon's biting lemma, we show that a subsequence of the sequence of finite element solutions converges to a weak solution of the problem as the discretisation parameter, measuring the granularity of the finite element triangulation, tends to zero. A key new technical tool in our analysis is a finite element counterpart of the Acerbi-Fusco Lipschitz truncation of Sobolev functions.

The talk is based on a series of recent papers with Lars Diening and Tabea Tscherpel (Bielefeld), Christian Kreuzer (Dortmund), Alexei Gazca Orozco (Erlangen) and Patrick Farrell (Oxford).

18 décembre 2020

14h00 **Fabien Vergnet** (Sorbonne Université, Paris)

**Une méthode de prolongement régulier  
pour la résolution de problèmes de transmission**

**Résumé**

Dans cet exposé je présenterai une méthode pour la résolution numérique de problèmes de transmission, et plus particulièrement pour des problèmes composés de deux systèmes d'équations aux dérivées partielles elliptiques couplées, au travers d'une interface, par des conditions de transmission. Ce type de problèmes émerge de la modélisation de nombreux systèmes physiques et biologiques, comme ceux de l'étude de la conduction thermique dans des matériaux non homogènes, de fluides multiphasiques, ou de la nage de micro-organismes dans un fluide visqueux (bactéries, cils bronchiques, etc.). Le point de départ de cette méthode est la réécriture du problème de transmission sous la forme d'un problème de contrôle, ce qui permet de s'affranchir d'une partie des conditions de couplage entre les deux systèmes d'équations aux dérivées partielles. L'avantage pour la résolution numérique est alors de pouvoir résoudre les deux problèmes séparément, sur des maillages non-conformes et avec des méthodes d'éléments finis standards, tout en préservant les ordres de convergence optimaux. L'objectif de cet exposé est de justifier la validité théorique de cette méthode, de présenter des exemples d'applications et de discuter de son analyse numérique.

25 décembre 2020

**Relâche** (Noël et vacances de Noël)

Joyeux Noël à toutes et à tous !

**Depuis le vendredi 6 novembre 2020, et en raison du reconfinement, les exposés du Séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions ont lieu à distance avec retransmission par Zoom.**

**Chaque vendredi, à partir de 13h30, le lien Zoom pour l'exposé du jour est affiché sur les pages web**

<https://www.ljll.math.upmc.fr/fr/seminaires/article/seminaire-du-laboratoire>

<https://www.ljll.math.upmc.fr/contenu/article/seminaires-de-l-annee-2020>

et l'accès à Zoom est possible à partir de la même heure. L'exposé commence à 14h.

L'usage de Zoom est simple ; il est néanmoins conseillé d'accéder à Zoom quelques minutes avant 14h, en ayant préalablement téléchargé l'application.

**Pendant l'exposé, merci de désactiver votre microphone** (icône à gauche dans le bandeau du bas). **Merci aussi de ne pas poser de questions pendant l'exposé**, et de ne les poser qu'après la fin de celui ci ; pour cela, cliquer sur « participants » dans le bandeau du bas, puis, dans la bande horizontale qui apparaît, cliquer sur « lever la main », et, sur l'invitation de l'animateur, parler en maintenant enfoncée la touche « espace » de votre clavier (le microphone s'éteindra lorsque cette touche sera relâchée).

**Le programme du séminaire, les résumés des exposés et leurs diaporamas sont disponibles sur les pages web**

<https://www.ljll.math.upmc.fr/fr/seminaires/article/seminaire-du-laboratoire>

<https://www.ljll.math.upmc.fr/contenu/article/seminaires-de-l-annee-2020>

**Les enregistrements des exposés sont désormais disponibles sur la chaîne YouTube du laboratoire**, à l'adresse

<https://www.youtube.com/channel/UCoj8rmlGqm0q-Gq-ujPFUgA>

**Pour recevoir (ou ne plus recevoir) chaque mois le programme par courrier électronique, envoyer un message à**

[Seminaire-du-LJLL@ann.jussieu.fr](mailto:Seminaire-du-LJLL@ann.jussieu.fr)

**Organisateurs du séminaire :**

Yves Achdou : [achdou@ljll.univ-paris-diderot.fr](mailto:achdou@ljll.univ-paris-diderot.fr)

Fabrice Béthuel : [bethuel@ann.jussieu.fr](mailto:bethuel@ann.jussieu.fr)

Albert Cohen : [cohen@ann.jussieu.fr](mailto:cohen@ann.jussieu.fr)

Anne-Laure Dalibard : [dalibard@ann.jussieu.fr](mailto:dalibard@ann.jussieu.fr)

Yvon Maday : [maday@ann.jussieu.fr](mailto:maday@ann.jussieu.fr)

François Murat : [murat@ann.jussieu.fr](mailto:murat@ann.jussieu.fr)

Benoît Perthame : [perthame@ann.jussieu.fr](mailto:perthame@ann.jussieu.fr)

Emmanuel Trélat : [emmanuel.trelat@ljll.math.upmc.fr](mailto:emmanuel.trelat@ljll.math.upmc.fr)