

Séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions

UMR 7598 CNRS

Université Pierre et Marie Curie Paris VI
et Université Paris Diderot Paris 7

Résumés des exposés du mois d'octobre 2017

06 octobre 2017

14h00 **Guido De Philippis**

(Ecole Internationale Supérieure d'Etudes Avancées, Trieste)

On the converse of Rademacher's Theorem

and the set of good measures in Lipschitz differentiability spaces

Résumé

Rademacher's Theorem asserts that every Lipschitz function on \mathbf{R}^N is differentiable almost everywhere with respect to the Lebesgue measure. This result has been extended by Pansu to Carnot's groups and by Cheeger to abstract metric measure spaces which are now called "Lipschitz differentiability spaces". A natural question is then to identify the set of all the "good measures" on metric spaces for which every Lipschitz function is differentiable almost everywhere.

The aim of this talk will be to discuss this issue in increasing generality. In particular we will present a proof of the fact that in \mathbf{R}^N Rademacher's Theorem holds for a measure if and only if this measure is absolutely continuous with respect to the Lebesgue measure. This result is based on a new structural result for measures satisfying a PDE constraint.

We will also show some consequences of this structural result concerning Lipschitz differentiability spaces. We will finally discuss some ongoing work concerning the converse of Pansu's Theorem.

13 octobre 2017

14h00 **Alessandro Zilio**
(Université Paris Diderot Paris 7)
**Modèles prédateurs-proie avec compétition :
l'émergence des meutes et de la territorialité**

Résumé

On présentera une série de travaux en collaboration avec Henri Berestycki sur des systèmes de prédateurs qui interagissent entre eux et avec une seule proie. Ce système est lié au célèbre modèle de dynamique des populations de Lotka et Volterra, ainsi qu'au modèle de Gross et Pitaevskii proposé pour l'étude des condensats de Bose-Einstein et à des modèles de réactions chimiques distribuées en espace. On analysera le cas de prédateurs qui, comme les loups, peuvent se partager en meutes hostiles. Les questions que l'on se posera seront de comprendre sous quelles conditions les prédateurs se partagent en meutes, s'il y a un avantage à avoir des meutes hostiles, et finalement de comparer les différentes configurations qui émergent dans ce contexte. Plus précisément, on se concentrera sur l'analyse des solutions stationnaires, et notamment sur leur stabilité et sur l'asymptotique du système quand le paramètre de compétition diverge.

20 octobre 2017

14h00 **Leonid Berlyand**
(Université d'Etat de Pennsylvanie)
Hierarchy of PDE models of cell motility

Résumé

We consider mathematical PDE models of motility of eukaryotic cells on a substrate. Our goal is to capture mathematically the key biological phenomena such as steady motion with no external stimuli and spontaneous breaking of symmetry.

We first describe the hierarchy of PDE models of cell motility and then focus on two specific models: the phase-field model and the free boundary problem model.

The phase-field model consists of the Allen-Cahn equation for the scalar phase field function coupled with a vectorial parabolic equation for the orientation of the actin filament network. The key mathematical properties of this system are (i) the presence of gradients in the coupling terms and (ii) the mass (volume) preservation constraints. These properties lead to mathematical challenges that are specific to active (out of equilibrium) systems, e.g., the fact that variational principles do not apply. Therefore, standard techniques based

on maximum principle and Gamma-convergence cannot be used, and one has to develop alternative asymptotic techniques.

The free boundary problem model consists of an elliptic equation describing the flow of the cytoskeleton gel coupled with a convection-diffusion PDE for the density of myosin motors. This PDE system is of Keller-Segel type but in a free boundary setting with nonlocal condition that involves boundary curvature. Analysis of this system allows for a reduction to a Liouville type equation which arises in various applications ranging from geometry to chemotaxis. This equation contains an additional term that presents an additional challenge in analysis.

In the analysis of the above models our focus is on establishing the traveling wave solutions that are the signature of the cell motility. We also study breaking of symmetry by proving existence of non-radial steady states. Bifurcation of traveling waves from steady states is established via the Schauder's fixed point theorem for the phase field model and the Leray-Schauder's degree theory for the free boundary problem model.

27 octobre 2017

14h00 **Nathalie Ayi**

(Université Pierre et Marie Curie Paris VI)

Des lois de Newton à l'équation linéaire de Boltzmann sans cut-off

Résumé

Dans cet exposé, on présente une dérivation rigoureuse de l'équation de Boltzmann linéaire sans cut-off à partir d'un système de particules qui interagissent via un potentiel à portée infinie quand le nombre de particules tend vers l'infini avec le scaling de Boltzmann-Grad. La principale difficulté vient du fait que dans ce contexte, à cause de la portée infinie du potentiel, une singularité non intégrable apparaît dans le noyau de collision angulaire, ce qui rend inopérante la seule utilisation de la stratégie de Lanford. Notre démonstration repose donc sur une combinaison de cette stratégie avec des outils développés récemment par Bodineau, Gallagher et Saint-Raymond pour étudier le processus des collisions, ainsi que de nouveaux arguments de dualité qui permettent d'étudier les termes additionnels associés à la partie longue portée et qui mènent à des estimations faibles explicites.

Le séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions a lieu
le vendredi à 14h00
Université Pierre et Marie Curie (Paris VI)
Campus Jussieu, 4 place Jussieu, Paris 5ème
barre 15–16, 3ème étage, salle 09 (15-16-3-09)

Le programme du séminaire, les résumés des exposés et les versions pdf de ceux-ci sont disponibles sur la page web

http://www.ljll.math.upmc.fr/fr/seminaires/seminaire_du_laboratoire.html

Pour recevoir (ou ne plus recevoir) chaque mois le programme par courrier électronique, envoyer un message à

Seminaire-du-LJLL@ann.jussieu.fr

Renseignements et informations :

Yves Achdou : achdou@ljll.univ-paris-diderot.fr

Fabrice Béthuel : bethuel@ann.jussieu.fr

Albert Cohen : cohen@ann.jussieu.fr

Anne-Laure Dalibard : dalibard@ann.jussieu.fr

Yvon Maday : maday@ann.jussieu.fr

François Murat : murat@ann.jussieu.fr

Benoît Perthame : perthame@ann.jussieu.fr