

Séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions

UMR 7598 CNRS
Université Pierre et Marie Curie Paris VI
et Université Paris Diderot Paris 7

Résumés des exposés des mois de juin-juillet 2017

02 juin 2017

14h00 **Isabelle Tristani** (Ecole Normale Supérieure de Paris)
Sur l'équation de Boltzmann sans troncature angulaire

Résumé

On s'intéresse à l'équation de Boltzmann sans troncature angulaire pour des potentiels durs. On traite d'une part le problème de la convergence vers l'équilibre pour l'équation homogène en espace, et d'autre part le problème de Cauchy pour le cas de l'équation non homogène (dans un cadre perturbatif autour de l'équilibre). Ces analyses sont basées sur l'étude des semi-groupes associés aux problèmes linéarisés (décroissance exponentielle et propriétés régularisantes).

Il s'agit d'un travail en collaboration avec Frédéric Hérau et Daniela Tonon.

09 juin 2017

14h00 **Iain Smears** (INRIA Paris)
Discontinuous Galerkin finite element approximation
of Hamilton-Jacobi-Bellman equations with Cordes coefficients

Abstract

Elliptic and parabolic Hamilton-Jacobi-Bellman equations are an important class of second-order fully nonlinear PDEs, with applications to stochastic optimal control problems in engineering and finance. It is known that existing finite difference and finite element methods based on discrete maximum principles can often be guaranteed to converge to the

viscosity solution in the small mesh limit. However, the requirement for a discrete maximum principle typically imposes severe restrictions on the choice of mesh, the order of convergence and the size of the stencil for strongly anisotropic problems, which can limit the computational efficiency on practical mesh sizes. This motivates the search for more flexible high-order methods that achieve the key properties of consistency, stability and convergence without discrete maximum principle.

In this talk, we will present how these challenges are overcome in the context of fully nonlinear second-order elliptic and parabolic Hamilton-Jacobi-Bellman equations that satisfy a structural property named the Cordes condition. We construct an hp-version discontinuous Galerkin finite element method which is motivated by the PDE theory of the problem. Both the continuous and discrete analyses are based on a variational strong monotonicity argument which establishes well-posedness of the fully nonlinear HJB PDE in the class of strong solutions, and of the discrete numerical scheme. We show that the numerical method is consistent and stable, with error bounds that are optimal in the mesh size, and suboptimal in the polynomial degrees, as standard for hp-version DGFEM. For parabolic problems, the discretisation is extended by a high-order DG time-stepping method, permitting high-order approximation in both time and space. Numerical experiments demonstrate the accuracy and efficiency of the numerical scheme on problems featuring strongly anisotropic diffusion coefficients and singular solutions, including exponential convergence rates under hp-refinement.

The talk will present results obtained in a joint work with Endre Süli (University of Oxford).

16 juin 2017

14h00 **Yasunori Maekawa** (Université de Kyoto)
On the stability of the physically reasonable solution
to the two-dimensional Navier-Stokes equations

Abstract

The flow past an obstacle is a fundamental object in fluid mechanics. In 1967 R. Finn and D.R. Smith proved the existence and uniqueness of a stationary solution that they called "the physically reasonable solution" to the Navier-Stokes equations in a two-dimensional exterior domain modeling this type of flows, when the Reynolds number is sufficiently small. The asymptotic behavior of this solution at infinity in space has been studied in details and is well understood by now, while its stability remained an open problem due to difficulties specific to the two-dimensionality.

In this talk we show that the physically reasonable solution constructed by Finn and Smith is asymptotically stable with respect to small and well-localized initial perturbations.

23 juin 2017

14h00 **Juan Casado-Díaz** (Université de Séville)

Un problème de Dirichlet semilinéaire avec un terme source singulier en $u = 0$ qui peut changer de signe

Résumé

Dans ce travail en collaboration avec François Murat, nous considérons une équation elliptique du deuxième ordre avec condition de Dirichlet homogène dont le terme source $F(x, u)$ tend vers plus l'infini quand u tend vers zéro. Ce type de problème a fait l'objet de nombreux travaux quand le terme source est positif ; dans ce cas, s'il existe une solution, celle-ci est positive.

Pour ce type de problèmes, la notion de solution doit être précisée à cause de la singularité en $u = 0$; nous utilisons ici une définition inspirée de celle introduite par D. Giachetti, P.J. Martínez-Aparicio et F. Murat.

Nous montrons d'une part que même si le terme source change de signe, il existe toujours une solution positive du problème ; cette solution est unique si le terme source est décroissant en u .

Nous montrons d'autre part que si $F(x, u) \geq c/|u|$ avec $c > 0$ dans l'ensemble $\{-\delta < u < 0\}$ pour un certain δ , alors toutes les solutions du problème sont nécessairement positives. Ce n'est plus le cas si on a $|F(x, u)| \leq c(1 + 1/|u|^q)$ avec $0 < q < 1$, comme le montre un exemple en dimension un où nous explicitons toute une famille de solutions qui changent de signe.

30 juin 2017

14h00 **Tommaso Lorenzi** (Université de St Andrews)

A partial differential equation approach to studying evolutionary dynamics in cancer cell populations

Abstract

A growing body of evidence supports the idea that solid tumours are complex ecosystems populated by cells with heterogeneous phenotypes, whose dynamics can be described in terms of evolutionary and ecological principles. Under this perspective, it has become increasingly recognised that mathematical modelling can complement experimental cancer research by offering alternative means of interpreting experimental data and by enabling extrapolation beyond empirical observation. This talk deals with mathematical models formulated in terms of partial differential equations which can be used to study evolutionary dynamics in cancer cell populations. In particular, I will present a number of results which illustrate how qualitative analysis and numerical simulation of these equations can help to uncover fresh insights into the critical mechanisms underpinning cancer progression and the emergence of resistance to cytotoxic therapy.

07 juillet 2017

14h00 **Vladimír Šverák** (Université du Minnesota)

On elliptic problems related to the statistical mechanics of 2d Euler equations

Abstract

The statistical mechanics of 2d Euler equations conjectures that long-time behavior of generic solutions is governed by simple-looking elliptic equations. Solutions of these equations exhibit interesting behavior, some of which we will discuss.

Reprise du séminaire en septembre

Le séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions a lieu
le vendredi à 14h00
Université Pierre et Marie Curie (Paris VI)
Campus Jussieu, 4 place Jussieu, Paris 5ème
barre 15–16, 3ème étage, salle 09 (15-16-3-09)

Le programme du séminaire, les résumés des exposés et les versions pdf de ceux-ci sont disponibles sur la page web

http://www.ljll.math.upmc.fr/fr/seminaires/seminaire_du_laboratoire.html

Pour recevoir (ou ne plus recevoir) chaque mois le programme par courrier électronique, envoyer un message à

Seminaire-du-LJLL@ann.jussieu.fr

Renseignements et informations :

Yves Achdou : achdou@ljll.univ-paris-diderot.fr

Fabrice Béthuel : bethuel@ann.jussieu.fr

Albert Cohen : cohen@ann.jussieu.fr

Anne-Laure Dalibard : dalibard@ann.jussieu.fr

Yvon Maday : maday@ann.jussieu.fr

François Murat : murat@ann.jussieu.fr

Benoît Perthame : perthame@ann.jussieu.fr