Commentaires “Historiques -Préhistoriques ” et Mathématiques.

Claude Bardos; Retraité

Laboratoire Jacques-Louis Lions

18 décembre 2009

- Contribution à l'histoire du labo.
- Participation à deux programmes de recherche
  - Le contrôle.
  - Les équations cinétiques : Transport des Neutrons...Limites incompressibles des solutions des équations de Boltzman.

Préhistoire

- Avec ma mémoire (des fois défaillante)
- Une interview (non publiée) de Jacques Louis Lions, réalisée en 1988 avec Michel Bercovier.
  Les citations sont en bleu.
- Une lettre de commentaires de cet interview, écrite par Madame Theis à la demande de Jacques Louis Lions.
  Les citations sont en vert.

Ce 9 Février 1988.

Chers Professeurs Bardos et Bercovier,

Voici, avec un grand retard, dont vous voudrez bien m'excuser, le "coup d'oeil" que vous souhaitez, je crois, sur les "Propos". J'ai dû attendre de prendre quelques jours de vacances pour les relire.

Entre temps, vous aurez reçu les commentaires de J. L. L. (le "big boss") sur une copie de votre texte, je me suis permis de les intégrer et d'ajouter qques modifications mineures, de style, mieux adaptées je crois, à l'écrit.

L'essentiel est de conserver ce ton, mi-badin, mi-sérieux, de conversation, qui fait le charme de ces "propos" qui ne se prennent jamais "au sérieux" la modestie y joue un grand "premier rôle"! Tout est dû "aux autres", qui, bien évidemment, ont apporté leur pierre

---

Q. Dans l'année scolaire 62-64, le secrétariat d'Analyse Numérique à la faculté des Sciences de Paris était au sous-sol de l'Institut Henri Poincaré et tu faisais un cours de troisième cycle, venant de Nancy...

J.L.L. Le fait est que je n'avais pas trouvé d'appartement. Je venais d'être nommé à Paris, l'appartement se construisait et donc j'habitais Nancy tout en faisant un cours à Paris. En effet il y avait un secrétariat d'Analyse Numérique, c'était au sous-sol.

Q. Et à Nancy, faisais-tu déjà un tel cours?

J.L.L. A Nancy je l'ai fait en 62. Les Maths Appliquées, je les avais commencées avant. Je les ai commencées essentiellement dans les années 56 à 58, tout de suite après la thèse.

Q. Comment toi personnellement, as-tu viré vers les applications?

J.L.L. Comme toujours, c'est par les liaisons directes avec les copains; c'est comme cela que les choses marchent. Lorsque j'étais à Normale, j'avais dans la promo suivante - moi je suis promo 47 - Robert Lattès, lequel Lattès est allé au CEA, après avoir passé l'agrégation. Il était mathématicien, on avait sympathisé lorsque l'on était ensemble à l'Ecole Normale; et puis ensuite on s'est un peu perdus de vue pendant deux-trois ans, moi travaillant avec Laurent Schwartz et lui au CEA. Il s'intéressait au modèle et à l'analyse numérique des équations de transport, il était un peu chez Horowicz, un peu chez

nous avions

nous nous som

Je fais partie de la seconde génération d'étudiants de Lions.

Je fais partie de la seconde génération d'étudiants de Lions.
La première : Ceux qui avaient fait une thèse avant mon arrivée : Jean Cea, Charles Goulaouic, Pierre Arnaud Raviart, Jean Pierre Aubin.

Je fais partie de la seconde génération d'étudiants de Lions.
La première : Ceux qui avaient fait une thèse avant mon arrivée : Jean Cea, Charles Goulaouic, Pierre Arnaud Raviart, Jean Pierre Aubin.
Les contemporains (je risque d'en oublier) : Roger Temam, Roland Glowinski, Alain Bensoussan, Michel Bercovier, Haim Brezis..Patrick Lascaux.,

Je fais partie de la seconde génération d'étudiants de Lions.
La première : Ceux qui avaient fait une thèse avant mon arrivée : Jean Cea, Charles Goulaouic, Pierre Arnaud Raviart, Jean Pierre Aubin.
Les contemporains (je risque d'en oublier) : Roger Temam, Roland Glowinski, Alain Bensoussan, Michel Bercovier, Haim Brezis..Patrick Lascaux.,
Je ne cite plus les générations suivantes super excellents mais aussi trop pléthoriques.

Parmi ses nombreux talents Lions avait un don particulier pour déceler, recruter et motiver des étudiants.

Parmi ses nombreux talents Lions avait un don particulier pour déceler, recruter et motiver des étudiants.
Jean Cea explique sur sa page web http ://jean.cea.free.fr/ avec enthousiasme ses débuts avec Lions à Nancy.

Parmi ses nombreux talents Lions avait un don particulier pour déceler, recruter et motiver des étudiants.
Jean Cea explique sur sa page web http ://jean.cea.free.fr/ avec enthousiasme ses débuts avec Lions à Nancy.
Olivier Pironneau raconte comment il a commencé ravailler avec Lions a la suite d'une rencontre dans le train Paris Nice.

Parmi ses nombreux talents Lions avait un don particulier pour déceler, recruter et motiver des étudiants.

Jean Cea explique sur sa page web http ://jean.cea.free.fr/ avec enthousiasme ses débuts avec Lions à Nancy.

Olivier Pironneau raconte comment il a commencé r̂availler avec Lions a la suite d'une rencontre dans le train Paris Nice.

Michel Bercovier a été recruté dans les couloirs de l'IHP à la suite d'un séminaire Brelot sur la théorie du potentiel par Lions qui cherchait quelqu'un intéressé par les méthodes de Monte-Carlo.

Parmi ses nombreux talents Lions avait un don particulier pour déceler, recruter et motiver des étudiants.
Jean Cea explique sur sa page web http ://jean.cea.free.fr/ avec enthousiasme ses débuts avec Lions à Nancy.
Olivier Pironneau raconte comment il a commencé ŕavailler avec Lions a la suite d'une rencontre dans le train Paris Nice.
Michel Bercovier a été recruté dans les couloirs de l'IHP à la suite d'un séminaire Brelot sur la théorie du potentiel par Lions qui cherchait quelqu'un intéressé par les méthodes de Monte-Carlo.
Quant à moi suivant les conseils de Goulaouic j'ai été voir Lions pendant une visite en France lors de mon service en coopération (Noel 64). Comme premier conseil Lions m'a suggéré de regarder la stabilité des méthodes numériques. Pour illustrer cela il a cité l'exemple de l'approximation de l'équation d'advection

$$\partial_t u + c\partial_x u = 0$$

Exemple repris par Pierre Louis dans sa conférence la semaine dernière à Mathématiques a venir.

Il faut garder à l'esprit que malgré les contributions de Leray (1934) et Schwartz (1944) il n'y avait à peu près rien en France sur les équations aux dérivées partielles (théoriques ou appliquées)

Il faut garder à l'esprit que malgré les contributions de Leray (1934) et Schwartz (1944) il n'y avait à peu près rien en France sur les équations aux dérivées partielles (théoriques ou appliquées)
Si on regarde les équations aux dérivées partielles qui les faisaient en France ? Il n'y avait personne ou presque...Donc il serait arrivé à Paris des gens comme Lax, Magenes ou Stampacchia il y aurait eu probablement à ce moment là pas exactement, mais à peu près le même type de développement.

Il faut garder à l'esprit que malgré les contributions de Leray (1934) et Schwartz (1944) il n'y avait à peu près rien en France sur les équations aux dérivées partielles (théoriques ou appliquées)
Si on regarde les équations aux dérivées partielles qui les faisaient en France ? Il n'y avait personne ou presque...Donc il serait arrivé à Paris des gens comme Lax, Magenes ou Stampacchia il y aurait eu probablement à ce moment là pas exactement, mais à peu près le même type de développement.
En analyse le cours le plus concret à la Faculté des Sciences de Paris était en 61-62 celui de Gustave Choquet "Analyse Fonctionnelle"

Au niveau des moyens la situation était aussi embryonnaire.
Lions ne disposait en 62 que d'un bureau dans les sous-sol seul de l'IHP sans photocopieuse.
Les premierès photocopies scientifiques (des articles de Jim Douglas) furent faites au CEA.
Des moyens existaient ailleurs à l'Institut Blaise Pascal. Une des motivations de la venue de Lions à Paris.

Et donc Schwartz m'a dit : il y a des problèmes à Blaise Pascal, pourquoi Lions ne reviens-tu pas pour t'en occuper ?

Et donc Schwartz m'a dit : il y a des problèmes à Blaise Pascal, pourquoi Lions ne reviens-tu pas pour t'en occuper ?

L'Institut Blaise Pascal avait été créé en 1946 pour être le premier laboratoire dédié aux calculateurs éléctroniques (à l'époque digitaux et analogiques). Couffignal avait essayé sans succès d'y concevoir un calculateur électronique.

Et donc Schwartz m'a dit : il y a des problèmes à Blaise Pascal, pourquoi Lions ne reviens-tu pas pour t'en occuper ?

L'Institut Blaise Pascal avait été créé en 1946 pour être le premier laboratoire dédié aux calculateurs éléctroniques (à l'époque digitaux et analogiques). Couffignal avait essayé sans succès d'y concevoir un calculateur électronique.

En 1962 De Possel en prend la direction et l'installe 5-10 rue du Maroc *dans une pâté de constructions ...où s'étaient succédées nombre d'entreprises dont une chocolaterie peut être ? que son dernier occuppant, la CSF venait de céder au CNRS en opérant un repli en banlieue. l'Institut se dota du puissant (pour l'époque) IBM 704 muni d'un coprocesseur arithmétique et du langage FORTRAN.*

Et donc Schwartz m'a dit : il y a des problèmes à Blaise Pascal, pourquoi Lions ne reviens-tu pas pour t'en occuper ?
L'Institut Blaise Pascal avait été créé en 1946 pour être le premier laboratoire dédié aux calculateurs éléctroniques (à l'époque digitaux et analogiques). Couffignal avait essayé sans succès d'y concevoir un calculateur électronique.
En 1962 De Possel en prend la direction et l'installe 5-10 rue du Maroc *dans une pâté de constructions ...où s'étaient succédées nombre d'entreprises dont une chocolaterie peut être ? que son dernier occuppant, la CSF venait de céder au CNRS en opérant un repli en banlieue. l'Institut se dota du puissant (pour l'époque) IBM 704 muni d'un coprocesseur arithmétique et du langage FORTRAN.*
Au sein de l'Institut, de Possel développait des idées visionnaires (Jules Verne ?) probablement trop en avance par rapport aux techniques de l'époque pour se concrétiser comme une machine à traduire et une pour reconnaissance optique de l'écriture dactylographiée (tapée à la machine à écrire).

C'est donc là que Lions posa les germes de son programme.
En 61-62 il y organise un groupe de recherche et un séminaire (en 65 j'y ai rencontré Jim Douglas, Guri Marchuk etc...)
J'ai trouvé là-bas des gars pas mal puisqu'il y avait les trois vieux chefs historiques qui ont joué un rôle important : Terrine , Nivelet et Nissen. Ils faisaient partie des murs Et là donc ils ont commencé à travailler tous ensemble et puis les polytechniciens sont arrivés
En 67-68 Lions crée le LABORIA au sein de l'IRIA et en 69 le Laboratoire d'Analyse Numérique.
Pour conclure je cite Madame Theis :
Tout est dû aux "aux autres" qui bien évidemment ont apporté leur pierre à l'édifice , mais le maître d'oeuvre était là , qui insuflait à chacun l'enthousiasme et l'ardeur au travail. Témoin cette équipe du Labo à Paris 6 , ardente à écouter les conseils du maître, l'encerclant le jour de la remise de son épée d'académicien ; et témoin églalement le creuset LABORIA qui a permis aussi à un si grand nombre d'essaimer ensuite vers l'université ou l'industrie....J'ai vécu un moment de cette structure et ne puis m'empêcher d'en dire la richesse et l'enthousiasme.

Pour contribuer à la description d'activités mathématiques je voudrais évoquer deux programmes de recherche auxquels j'ai eu la chance de participer.

- Le contrôle des équations d'ondes.
- Les équation cinétiques du transport des neutrons et les limites incompressibles de l'équation de Boltzmann.

Dans les deux cas il s'agit de programmes à long terme :
Motivés par des applications avec de l'analyse fonctionnelle, des équations aux dérivées partielles, des simulations numériques et des conséquences à la fois pour les réalisations pratiques et pour l'évolution des mathématiques.

Dans les deux cas il s'agit de programmes à long terme :
Motivés par des applications avec de l'analyse fonctionnelle, des équations aux dérivées partielles, des simulations numériques et des conséquences à la fois pour les réalisations pratiques et pour l'évolution des mathématiques.
Dans les deux cas mes contributions ont été stimulées par la collaboration à l'ouvrage Dautray-Lions (avec également Michel Cessenat, Rémi Sentis et bien d'autres y compris ceux qui à l'époque étaient parmi les jeunes François Golse, Benoît Perthame, Bernard Julia.)

Le contrôle

Le contrôle cela a commencé avec les inéquations variationnelles. La première application vraiment incontestable et un client qui était disposé à payer pour faire cette application. C'est Saguez qui l'a amenée. A ce moment il était vraiment jeune et donc il avait l'air d'un gamin un jour il arrive dans mon bureau à l'IRIA , il me dit : je crois que j'ai une application, alors tenez vous bien des frontières libres, une inéquation variationnelle qui résoud les frontières libres et le problème du contrôle de cette frontière , et tout cela payé par l'IRSID (l'Institut Francais de l'Acier)....Ca a vraiment été une application claire et nette : Le problème du contrôle du laminage continu.

Plus tard Lions s'est intéressé au problème du contrôle et de la stabilisation des équations des ondes pour la stabilisation de grandes structures et la compréhension de l'overshooting (quand on essaye de stabiliser les modes fondamentaux d'une structures il arrive que l'on excite des fréquences plus élevées ce qui est très regrettable).

Plus tard Lions s'est intéressé au problème du contrôle et de la stabilisation des équations des ondes pour la stabilisation de grandes structures et la compréhension de l'overshooting (quand on essaye de stabiliser les modes fondamentaux d'une structures il arrive que l'on excite des fréquences plus élevées ce qui est très regrettable).
En 1982 au CANUM de Belgodère (où fut crée la SMAI) Lions nous avait posé (à Jeff Rauch et à moi) le problème de la détermination des conditions **nécessaires et suffisantes** pour caractériser une région qui contrôlerait, stabiliserait toute solution de l'équation des ondes.

Plus tard Lions s'est intéressé au problème du contrôle et de la stabilisation des équations des ondes pour la stabilisation de grandes structures et la compréhension de l'overshooting (quand on essaye de stabiliser les modes fondamentaux d'une structures il arrive que l'on excite des fréquences plus élevées ce qui est très regrettable).
En 1982 au CANUM de Belgodère (où fut crée la SMAI) Lions nous avait posé (à Jeff Rauch et à moi) le problème de la détermination des conditions **nécessaires et suffisantes** pour caractériser une région qui contrôlerait, stabiliserait toute solution de l'équation des ondes.
Je lui ai répondu avec assurance que cela se déduisait de l'optique géométrique (propagation des rayons) Lions m'a dit tu devrais le démontrer et en fait il nous fallu attendre l'aide de Gilles Lebeau pour arriver en 1987 , à des démonstrations complètes.

L'utilisation de l'optique géométrique pour décrire les propriétés des solutions de l'équation des ondes se combine très bien, en particulier à l'aide du théorème d'Egoroff (1970), avec la prise en compte de l'ergodicité ou de l'aléatoire dans des milieux non homogènes.

- Cela m'a permis d'expliquer l'effet positif de l'ergodicité du milieu dans les expériences de retournement temporel de Mathias Fink.
- Avec Georges Papanicolou et Josselin Garnier on a utilisé la même approche pour comprendre comment on pouvait tenir compte de sources aléatoires "du bruit" dans la détection de caractéristique du milieu observé.

Les inégalités de Carleman

D'autres chercheurs avaient abordé le problème à l'aide d'inégalités de Carleman et ultérieurement Daniel Tataru (1995) avec ces outils a retrouvé nos résultats mais aussi en avait obtenu d'autres, sensiblement plus difficiles.

Les inégalités de Carleman

D'autres chercheurs avaient abordé le problème à l'aide d'inégalités de Carleman et ultérieurement Daniel Tataru (1995) avec ces outils a retrouvé nos résultats mais aussi en avait obtenu d'autres, sensiblement plus difficiles.
Les inégalité de Carleman se sont donc avérées être des outils performants (très performants) et qui sont utilisée ici avec succès par les chercheurs du groupe "contrôle " du labo...
Pourquoi elles sont plus performantes ? La raison est qu'elle tiennent (à l'aide de poids) compte non seulement des hautes fréquences, mais aussi des fréquences moyennes des phénomènes. Elles sont donc bien adaptées pour traiter des problèmes où les rayons géométriques n'interviennent pas : diffraction (zone d'ombres dans l'équation des ondes), équations de type Schrödinger ou avec dissipation (équation de la chaleur ou de Navier-Stokes).

J'ai rencontré les inégalité dans le premier livre d'Hörmander “Linear Partial Differential Operators” (1963) (Chapitre 8).
L'étude de ce chapitre m'avait été conseillée par Louis Boutet, Bernard Malgrange comme préalable à tout travail sérieux sur les edp ! !

J'ai rencontré les inégalité dans le premier livre d'Hörmander "Linear Partial Differential Operators" (1963) (Chapitre 8).
L'étude de ce chapitre m'avait été conseillée par Louis Boutet, Bernard Malgrange comme préalable à tout travail sérieux sur les edp ! !
Leur application la plus célèbre était le théorème de propagation des singularités.

J'ai rencontré les inégalité dans le premier livre d'Hörmander "Linear Partial Differential Operators" (1963) (Chapitre 8).
L'étude de ce chapitre m'avait été conseillée par Louis Boutet, Bernard Malgrange comme préalable à tout travail sérieux sur les edp ! !
Leur application la plus célèbre était le théorème de propagation des singularités.
A cette époque Hörmander n'avait pas encore formulé ses théorèmes sur le front d'onde qui en fait sont la mathématisation de la propagation selon les rayons. Donc l'usage des inégalités de Carleman qui dans ce cas était le marteau pour écraser la mouche semblait mystérieux et la lecture du chapitre 5 de son livre très ardue.

J'ai rencontré les inégalité dans le premier livre d'Hörmander "Linear Partial Differential Operators" (1963) (Chapitre 8).
L'étude de ce chapitre m'avait été conseillée par Louis Boutet, Bernard Malgrange comme préalable à tout travail sérieux sur les edp ! !
Leur application la plus célèbre était le théorème de propagation des singularités.
A cette époque Hörmander n'avait pas encore formulé ses théorèmes sur le front d'onde qui en fait sont la mathématisation de la propagation selon les rayons. Donc l'usage des inégalités de Carleman qui dans ce cas était le marteau pour écraser la mouche semblait mystérieux et la lecture du chapitre 5 de son livre très ardue.
Cela vaut donc la peine de souligner que sont les mathématiques appliquées qui la ont contribué à la clarification du sujet.

Theorem 8.4.2. *Let $\Omega \subset R_n$ be a bounded open set, φ a real valued function in $C^\infty(\bar\Omega)$ with $\operatorname{grad}\varphi(x) \neq 0$ when $x \in \bar\Omega$, and $P(x, D)$ a differential operator of order m with bounded measurable coefficients such that the principal part $P_m(x, D)$ has real coefficients belonging to $C^1(\bar\Omega)$. Assume further that*

$$\sum_{j,k=1}^{n} \partial^2\varphi/\partial x_j \partial x_k P_m^{(j)}(x,\xi) P_m^{(k)}(x,\xi) + \\ + \sum_{j,k=1}^{n} (P_{m,j}^{(k)}(x,\xi) P_m^{(j)}(x,\xi) - P_{m,j}(x,\xi) P_m^{(jk)}(x,\xi))\, \partial\varphi/\partial x_k > 0 \tag{8.4.5}$$

if $x \in \bar\Omega$ and $0 \neq \xi \in R_n$ satisfy the characteristic equation $P_m(x,\xi) = 0$ and

$$\sum_{1}^{n} P_m^{(j)}(x,\xi)\, \partial\varphi/\partial x_j = 0\,. \tag{8.4.6}$$

Then there is a constant K such that when τ is sufficiently large

$$\sum_{|\alpha|<m} \tau^{2(m-|\alpha|)-1} \int |D^\alpha u|^2 e^{2\tau\varphi}\,dx \leq \\ \leq K \int \{|P(x,D)u|^2 + \tau^{2m-1}|u|^2\} e^{2\tau\varphi}\,dx, \quad u \in C_0^\infty(\Omega)\,. \tag{8.4.7}$$

Theorem 8.4.3. *Assume that, in addition to the hypotheses of Theorem 8.4.2, we have*

$$\sum_{j,k=1}^{n} \partial^2\varphi/\partial x_j \partial x_k P_m^{(j)}(x,\zeta) \overline{P_m^{(k)}(x,\zeta)} + \\ + \tau^{-1} \operatorname{Im} \sum_{1}^{n} P_{m,k}(x,\zeta) \overline{P_m^{(k)}(x,\zeta)} > 0 \tag{8.4.8}$$

if $\zeta = \xi + i\tau \operatorname{grad}\varphi(x)$, with $x \in \bar\Omega$, $\xi \in R_n$ and $0 \neq \tau \in R_1$, and if ζ satisfies the characteristic equation $P_m(x,\zeta) = 0$. Then there is a constant K such that for sufficiently large τ

$$\sum_{|\alpha|<m} \tau^{2(m-|\alpha|)-1} \int |D^\alpha u|^2 e^{2\tau\varphi}\,dx \leq \\ \leq K \int |P(x,D)u|^2 e^{2\tau\varphi}\,dx, \quad u \in C_0^\infty(\Omega)\,. \tag{8.4.9}$$

8.8. The unique continuation of singularities. The main result of this section is the following

Theorem 8.8.1. *Let P be a principally normal differential operator of order m with C^∞ coefficients, defined in a neighborhood Ω of a point x^0, and let ψ be a function in $C^2(\Omega)$ such that $\operatorname{grad}\psi(x^0) \neq 0$ and the level surface $\psi(x) = \psi(x^0)$ is pseudo-convex at x^0. Then there exists a neighborhood Ω' of x^0 such that every $u \in \mathscr{D}'(\Omega)$ satisfying the conditions*

(i) $u \in C^\infty(\Omega^+)$, *where* $\Omega^+ = \{x;\, x \in \Omega,\, \psi(x) > \psi(x^0)\}$,

(ii) $P(x, D)u = f \in C^\infty(\Omega)$

is in $C^\infty(\Omega')$.

The proof of Theorem 8.8.1 will require several steps. The most important one is the following lemma.

Lemma 8.8.1. *Let P be a differential operator of order m with coefficients in $C^\infty(\bar\Omega)$ and let φ be a continuous bounded function on R_1 such that*

$$\tau \sum_{|\alpha|=m-1} \int |D^\alpha u|^2 e^{2\tau\varphi(x_n)}\,dx \leq C\Big\{\int |P(x,D)u|^2 e^{2\tau\varphi(x_n)}\,dx + \\ + \sum_{|\alpha|\leq m-2} \tau^{2(m-|\alpha|)-1} \int |D^\alpha u|^2 e^{2\tau\varphi(x_n)}\,dx\Big\} \quad u \in C_0^\infty(\Omega), \quad \tau \geq 1\,. \tag{8.8.1}$$

Les équations cinétiques

La quantité mésoscopique $f(x, v, t)$ densité de particules qui au point x et à l'instant t ont la vitesse v.

Problèmes linéaires en neutronique : équation du transport des neutrons.

Problèmes non linéaires (collisions binaires) en dynamique des gaz : équation de Boltzmann,

Les équations cinétiques

La quantité mésoscopique $f(x, v, t)$ densité de particules qui au point x et à l'instant t ont la vitesse v.
Problèmes linéaires en neutronique : équation du transport des neutrons.
Problèmes non linéaires (collisions binaires) en dynamique des gaz : équation de Boltzmann,
Pour ma thèse Lions m'avait suggéré d'étudier les conditions aux limites pour l'équation de transport des neutrons.

- A la SEMA (Société d'Economie et de Mathématiques Appliquées), dans les années 58... Lions étudiait avec Lattès des problèmes de neutronique.
  On faisait des calculs analytiques interminables, des fonctions de Bessel etc...Et puis petit à petit en faisant ces calculs, on se disait "c'est complètement idiot, il faut absolument que l'on utilise des ordinateurs."
- Il souhaitait aussi comprendre en me faisant regarder le (très simple) cas scalaire la théorie des problèmes aux limites de Lax et Phillips

J'ai retrouvé l'équation de transport en étudiant, sous l'influence de Dautray et pour le volume XXI du Dautray-Lions l'approximation de la diffusion.

Cela à conduit aux étapes suivantes :

- Avec Rémi Sentis, résolution de l'équation de Transport dans le demi espace (avec une méthode d'énergie-moments, selon une idée de Lions) pour la détermination de conditions aux limites et l'approximation de la taille critique..
- Généralisation à la couche de Knudsen pour l'équation de Boltzmann (avec Caflisch et Nicolaenko)
- Détermination de la condition de glissement dans des problèmes de rentrée dans l'atmosphère (dans le cadre du projet Hermes)
- Introduction des théorèmes de moyenne Golse Lions Perthame Sentis $\int \beta(v) f(x, v, t) dv$.
- Utilisation de ces théorèmes pour les équations de transfert radiatif (C.B. avec Golse, Perthame et Sentis)
- Construction par DiPerna et Pierre-Louis Lions des solutions renormalisées de l'équation de Boltzmann.

La solution à la DiPerna-Lions ressemble à plus d'un titre à la solution faible de Navier-Stokes. Il semblait donc naturel de relier ces deux objets.

La solution à la DiPerna-Lions ressemble à plus d'un titre à la solution faible de Navier-Stokes. Il semblait donc naturel de relier ces deux objets. Deux paramètres sont déterminants : le nombre de Knudsen qui décrit la raréfaction du gaz et le nombre de Mach, rapport entre la vitesse du son à l'infini et la vitesse caractéristique de l'écoulement.

La solution à la DiPerna-Lions ressemble à plus d'un titre à la solution faible de Navier-Stokes. Il semblait donc naturel de relier ces deux objets. Deux paramètres sont déterminants : le nombre de Knudsen qui décrit la raréfaction du gaz et le nombre de Mach, rapport entre la vitesse du son à l'infini et la vitesse caractéristique de l'écoulement.
En 1991 avec F. Golse et D. Levermore nous avons montré en utilisant essentiellement le formalisme "moments" que, sous des hypothèses de stabilité convenables, lorsque les nombres de Knudsen et de Mach tendent vers zéro en restant équivalents, les solutions de l'équation de Boltzmann convergeaient vers celles des équations de Navier-Stokes incompressibles.

La solution à la DiPerna-Lions ressemble à plus d'un titre à la solution faible de Navier-Stokes. Il semblait donc naturel de relier ces deux objets. Deux paramètres sont déterminants : le nombre de Knudsen qui décrit la raréfaction du gaz et le nombre de Mach, rapport entre la vitesse du son à l'infini et la vitesse caractéristique de l'écoulement.
En 1991 avec F. Golse et D. Levermore nous avons montré en utilisant essentiellement le formalisme "moments" que, sous des hypothèses de stabilité convenables, lorsque les nombres de Knudsen et de Mach tendent vers zéro en restant équivalents, les solutions de l'équation de Boltzmann convergeaient vers celles des équations de Navier-Stokes incompressibles. On peut aussi complètement prouver la validité de cette limite dans des régimes très réguliers (C.B. et S. Ukai 1991).

Par contre la réalisation complète du programme : Démontrer que dans les “scalings” hydrodynamiques on peut extraire de toute famille de solutions à la DiPerna-Lions de l'équation de Boltzmann une sous suite convergeant vers une solution à la Leray des équations de Navier-Stokes a été une beaucoup plus longue histoire qui n'a été complètement achevé que récemment avec les contributions de François Golse et Laure Saint-Raymond (2004).

Par contre la réalisation complète du programme : Démontrer que dans les “scalings” hydrodynamiques on peut extraire de toute famille de solutions à la DiPerna-Lions de l'équation de Boltzmann une sous suite convergeant vers une solution à la Leray des équations de Navier-Stokes a été une beaucoup plus longue histoire qui n'a été complètement achevé que récemment avec les contributions de François Golse et Laure Saint-Raymond (2004).

- Il s'est agi d'un long programme de 1991 à 2004 impliquant de plusieurs “supers ” chercheurs François Golse, David Levermore, Pierre-Louis Lions, Nader Masmoudi, Laure Saint-Raymond, Rémi Sentis

Par contre la réalisation complète du programme : Démontrer que dans les "scalings" hydrodynamiques on peut extraire de toute famille de solutions à la DiPerna-Lions de l'équation de Boltzmann une sous suite convergeant vers une solution à la Leray des équations de Navier-Stokes a été une beaucoup plus longue histoire qui n'a été complètement achevé que récemment avec les contributions de François Golse et Laure Saint-Raymond (2004).

- Il s'est agi d'un long programme de 1991 à 2004 impliquant de plusieurs "supers " chercheurs François Golse, David Levermore, Pierre-Louis Lions, Nader Masmoudi, Laure Saint-Raymond, Rémi Sentis
- L'origine des outils mathématiques se trouve dans l'étude de problèmes appliqués. Cette étude à conduit à des réponses concrètes (calcul de conditions de glissement etc...)

Par contre la réalisation complète du programme : Démontrer que dans les "scalings" hydrodynamiques on peut extraire de toute famille de solutions à la DiPerna-Lions de l'équation de Boltzmann une sous suite convergeant vers une solution à la Leray des équations de Navier-Stokes a été une beaucoup plus longue histoire qui n'a été complètement achevé que récemment avec les contributions de François Golse et Laure Saint-Raymond (2004).

- Il s'est agi d'un long programme de 1991 à 2004 impliquant de plusieurs "supers " chercheurs François Golse, David Levermore, Pierre-Louis Lions, Nader Masmoudi, Laure Saint-Raymond, Rémi Sentis
- L'origine des outils mathématiques se trouve dans l'étude de problèmes appliqués. Cette étude à conduit à des réponses concrètes (calcul de conditions de glissement etc...)
- En plus de "beaux théorèmes de maths" et d'applications le produit fini présente une contribution au 6ième problème de Hilbert : "Axiomatisation de la Physique."