

Stage de M2 À L'IDRIS, en liaison avec le LJLL
Institut du Développement et des Ressources en Informatique Scientifique
(Campus universitaire d'Orsay, Bâtiment 506, 91403 Orsay cedex)

Responsables du stages : Dimitri Lecas (IDRIS), Pascal Joly (LJLL)

Titre :

”Portage sur architecture multicoeurs d’un solveur linéaire direct via la programmation hybride (MPI+OpenMP)”.

Descriptif :

Le but du stage est de prendre en main un code de calcul séquentiel qui résout l’équation de Laplace (2D puis 3D) à l’aide de la méthode de réduction cyclique et de le porter sur une architecture multicoeurs nécessitant la programmation hybride (MPI+OpenMP).

Considérons la résolution approchée de l’équation de Laplace dans un domaine rectangulaire Ω . Il s’agit de calculer numériquement une approximation de la solution du problème

$$\begin{cases} \text{Trouver } u \text{ tel que} \\ -\Delta u = f \text{ dans } \Omega \\ u|_{\partial\Omega} = g \end{cases} \quad (1)$$

où f et g sont données. On utilise la méthode des différences finies avec un pas de maillage h_x dans la direction des abscisses et un pas de maillage h_y dans la direction des ordonnées. Pour simplifier la présentation on choisit d’utiliser le schéma à 5 points et on prend le même pas d’espace dans les deux directions. Le problème résultant a $n = m_x \times m_y$ inconnues u_{ij} , qui correspondent aux valeurs approchées de la solution de (1) aux points $(x_i, y_j) = (ih_x, jh_y)$. Chaque ligne de ce système linéaire s’écrit (pour $i = 1, 2, \dots, m_x$ et $j = 1, 2, \dots, m_y$)

$$4u_{ij} - u_{i+1j} - u_{i-1j} - u_{ij+1} - u_{ij-1} = h^2 f_i \quad (2)$$

ce qui conduit à la structure tridiagonale par blocs suivante

$$\begin{bmatrix} B & T & & & \\ T & B & T & & \\ & T & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & B & T \\ & & & T & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ \vdots \\ U_{m_y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \vdots \\ F_{m_y} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

$B \in \mathbb{R}^{m_x \times m_x}$ est une matrice tridiagonale et $T \in \mathbb{R}^{m_x \times m_x}$ est une matrice diagonale :

$$B = \begin{bmatrix} 4 & -1 & & & \\ -1 & 4 & -1 & & \\ & -1 & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & 4 & -1 \\ & & & -1 & 4 \end{bmatrix} \quad T = - \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 1 & \\ & & & & 1 \end{bmatrix}.$$

Le principe de la méthode de réduction cyclique consiste à réduire de manière récursive la taille du système linéaire (3) en éliminant les inconnues U_k d'ordre "impair". On obtient ainsi une succession de systèmes linéaires, de taille décroissante. La structure des tâches à réaliser se met sous la forme d'un arbre binaire, avec un fort potentiel de parallélisation à chaque niveau. La mise en œuvre efficace de cet algorithme sur une machine comportant plusieurs centaines de cœurs nécessite une bonne compréhension du calcul parallèle.

Le stage donnera accès aux ordinateurs de l'IDRIS, qui est le plus gros centre de calcul du CNRS, et un des plus importants centres de calcul parallèle en Europe.

La connaissance de la programmation en Fortran 90 est souhaitée mais non nécessaire (apprentissage local); l'approche OpenMP sera encadrée; par contre de bonnes notions de MPI sont indispensables.

Durée du stage : 4 à 6 mois (entre mars et septembre 2012).

Indemnité forfaitaire : oui.

```
~~~~~  
Dimitri Lecas                Tel : +33 (0)1 69 35 85 68  
Equipe support utilisateur    Assist. : 01 69 35 85 55  
IDRIS, Btiment 506, BP 167,   Fax : 01 69 85 37 75  
91403 Orsay Cedex            WEB : www.idris.fr  
E-mail : lecas@idris.fr  
~~~~~
```