

# Proposition de stage de Master 2 entre Université et Entreprise

Nous proposons un stage de Master 2 rémunéré entre le Laboratoire de Mathématiques de l'Université de Paris-Sud 11 et les Entreprises EGIS – Shygma. La partie de stage effectuée en entreprise aura lieu à Nantes au siège de la PME Shygma, Société de Conseils en Géo-Hydrologie. Le stage sera co-dirigé par Danielle Hilhorst, Directeur de Recherche au CNRS, Huy Cuong Vu Do, Doctorant à l'Université de Paris-Sud 11 et Marc Bonnet, PDG de Shygma, en liaison avec François Bertone, de la Société EGIS.

Les candidatures doivent être adressées à

Danielle Hilhorst : [Danielle.Hilhorst@math.u-psud.fr](mailto:Danielle.Hilhorst@math.u-psud.fr)

aussi rapidement que possible.

## Simulation numérique d'écoulements à densité variable pour la fabrication de piles à lithium

### 1 Introduction

Ce projet est lié à l'exploitation des gisements de lithium en lacs salés, appelés aussi "salars". D'un point de vue mathématique, il s'agit de faire l'étude d'un système couplé décrivant l'interaction entre écoulement et transport dans un milieu poreux, dont la densité et la viscosité dépendent de la concentration de l'espèce transportée. Plus précisément, il s'agit de résoudre une équation parabolique non linéaire de convection-diffusion pour la concentration couplée avec une équation elliptique en pression, que l'on déduit de la loi de Darcy. Nous proposons d'étudier et d'implémenter un schéma de volumes finis généralisés qui devrait permettre d'effectuer des calculs en dimension deux ou trois d'espace sur des maillages quelconques.

### 2 Le système d'équations non linéaires couplées

Mathématiquement, il vient à résoudre le système non linéaire d'équations aux dérivées partielles

$$\Phi \frac{\partial(\rho(c)c)}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}\rho c - \rho D \nabla c) = Q, \quad (1)$$

$$\Phi \frac{\partial \rho(c)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = \tilde{Q}, \quad (2)$$

où  $c$  est la concentration de l'espèce transportée,  $\Phi$  est la porosité,  $D = D(\mathbf{v})$  le tenseur de dispersion-diffusion,  $Q$  et  $\tilde{Q}$  sont des termes d'injection et d'extraction,  $\rho = \rho(c)$  est la densité et où la vitesse  $\mathbf{v}$  est donnée par la loi de Darcy

$$\mathbf{v} = -\mu(c)^{-1} K(\nabla p - \rho(c)\mathbf{g}), \quad (3)$$

où  $p$  est la pression,  $\mu = \mu(c)$  est la viscosité et  $\mathbf{g}$  est la gravité. Les inconnues sont ici la concentration et la pression.

### 3 Aspects industriels et volumes finis sur maillages quelconques

Ce stage prendra la suite d'un stage de Master 2 réalisé l'an dernier à l'Université de Paris-Sud. Ce stage, qui portait sur la simulation numérique d'écoulements à densité variable par une méthode de volumes finis standard, a montré la faisabilité d'une programmation d'un système couplé décrivant l'interaction entre écoulement et transport de soluté dans un milieu poreux, pour un fluide dont la densité et la viscosité dépendent de la concentration de l'espèce transportée. Pour que ces travaux puissent être utilisés pour reproduire des conditions réelles d'écoulement d'une saumure sursaturée comme dans les salars andins, il convient maintenant :

- d'introduire la possibilité de traiter le cas de milieux hétérogènes en s'appuyant sur une méthode de volumes finis sur maillages quelconques [1], [2] ;
- d'introduire une série de conditions aux limites telles que : condition de charge constante, condition de flux constant (entrant ou sortant) à concentration fixée (cas de l'évaporation à concentration nulle, cas d'apports latéraux à concentration nulle) ou non (cas du pompage) ;
- d'implémenter la méthode pour des maillages quelconques, en 2 puis en 3 dimensions ;
- d'introduire des maillages adaptatifs, afin de permettre en particulier des maillages plus denses dans des régions de forte variation des fonctions inconnues ;
- valider ces développements avec un puits d'injection d'eau douce et un puits d'extraction d'eau saturée en sel ;
- pour tous ces cas comparer les résultats obtenus avec les résultats que l'on obtient avec le logiciel commercial Feflow.

Tout ou partie des travaux proposés ci-dessus feront l'objet du stage et c'est la société Egis Eau qui prendra en charge l'indemnisation du (de la) stagiaire. Le but sera d'aboutir à un outil opérationnel applicable à la simulation des écoulements et du transport dans un salar andin.

### Références

- [1] R. Eymard, T. Gallouët, and R. Herbin, A new finite volume scheme for anisotropic diffusion problems on general grids : convergence analysis, *Comptes rendus Mathématiques de l'Académie des Sciences*, 2007, 344, 403–406.
- [2] R. Eymard, T. Gallouët, and R. Herbin, Discretization of heterogeneous and anisotropic diffusion problems on general nonconforming meshes SUSHI : A scheme using stabilization and hybrid interfaces, *IMA J. Numer. Anal.*, 2010, 30, 1009-1043.