

Proposition de Stage M2

Méthodes de champ moyen en neurosciences, et comportements collectifs dans le cortex.

Le cortex est composé d'un très grand nombre de cellules, parmi lesquelles se trouvent les neurones, briques de bases du traitement de l'information dans le cerveau. Ces neurones traitent l'information collectivement. En effet, les neurones se regroupent en grands ensembles structurés, les colonnes corticales, d'une taille de l'ordre de 50 μm à 1mm contenant jusqu'à plusieurs centaines de milliers de neurones partageant les mêmes propriétés, recevant les mêmes entrées, et étant fortement interconnectés. Ces colonnes corticales ou champs neuronaux sont intéressants à étudier d'une part car leur activité correspond à l'échelle à laquelle la plupart des enregistrements peuvent être effectués (EEG/MEG) mais aussi car la structure anatomique du cerveau fait émerger à ces échelles des structures fonctionnelles, comme dans le cortex visuel primaire du primate (V1) et le barrel cortex du rongeur où une organisation en tonneaux apparaît, chaque tonneau traitant les informations venant d'une moustache particulière de l'animal.

Le comportement de chacun des neurones dans ces grands réseaux est fortement bruité. Ce bruit est lié d'une part aux entrées aléatoires, mais aussi au substrat biologique du processus de traitement de l'information. Le potentiel électrique de la membrane de chaque neurone est donc, d'un point de vue mathématique, la solution d'une équation différentielle stochastique faisant intervenir l'ensemble des neurones de la colonne corticale à laquelle le neurone appartient. Contrairement aux réseaux de communication ou les systèmes physiques dans lesquels le bruit est considéré comme un élément décorrélé du signal, de nombreuses théories tendent à penser que le bruit dans le cerveau est un élément essentiel du code neuronal. C'est l'hypothèse que nous tenterons d'approfondir dans ce stage, en reliant le niveau de bruit dans le cortex aux comportements observés.

Les méthodes de champ moyen développées dans le domaine de la dynamique des gaz semblent être bien adaptées à l'étude de tels systèmes. L'analyse des champs neuronaux donne alors lieu à des équations de type McKean-Vlasov dans des espaces de dimension infinie, qui peuvent être adéquatement représentées comme la solution d'une EDP non-locale. L'introduction de ces équations et l'étude des propriétés de ces systèmes constitue le coeur de ce stage.

En particulier, nous nous proposons dans ce stage d'analyser différents types de modèles de grands réseaux de neurones et la façon dont le bruit affecte leur activité.

Certains phénomènes d'oscillations collectives ont ainsi été mis en évidence dans des systèmes simplifiés où le niveau de bruit est directement relié à l'apparition de solutions périodiques en loi dans lesquelles les neurones sont fortement synchronisés [1,2]. Ces phénomènes de synchronisation sont essentiels dans le cortex : ils sous-tendent des phénomènes tels que la mémoire, l'apprentissage, et leurs troubles sont souvent associés à des pathologies comme l'épilepsie.

Une piste qui pourra être approfondie est l'apparition de tels régimes oscillants pour différents types de bruit (bruit extérieur, bruit de connectivité, bruit dynamique, ...) par des simulations numériques. Certains cas peuvent être traités analytiquement en utilisant l'analyse stochastique et la théorie des bifurcations et la théorie spectrale des opérateurs, et sera bien sûr développée pour mieux comprendre l'origine de ces phénomènes qui restent à ce jour incompris.

En résumé, le stage a pour objectif:

- 1) d'explorer les différents modèles possibles de champs neuronaux et d'établir les liens heuristiques qui existent entre eux, si possible de rendre ces liens mathématiquement rigoureux;
- 2) de faire une analyse mathématique de ces modèles (stochastiques/EDP) en recherchant à mettre en évidence leurs propriétés qualitatives;
- 3) de simuler les modèles afin d'aider à l'intuition et de traiter des cas plus généraux (qui résistent à une étude analytique).

Le travail entrepris dans le cadre de ce stage pourra être poursuivi dans le cadre d'une thèse de doctorat.

Renseignements pratiques:

Lieu : Collège de France & Université Paris-Dauphine

Duree du stage: 5 mois

Remuneration/Indemnisation forfaitaire: oui

Responsables de stage:

Stéphane Mischler (Univ. Paris-Dauphine,
mischler@ceremade.dauphine.fr)

et

Jonathan Touboul, (Collège de France & INRIA,
jonathan.touboul@college-de-france.fr)

Références

[1] J. Touboul *et al*: *Noise-induced behaviors in neural mean field dynamics* (SIAM Dynamical Systems 2011) <http://arxiv.org/abs/1104.5425>

[2] J. Touboul: *On the dynamics of mean-field equations for stochastic neural fields with delays* (2011), <http://arxiv.org/abs/1108.2407>